

**COMPETIȚIA DE PROIECTE DE CERCETARE A ACADEMIEI OAMENILOR
DE ȘTIINȚĂ DIN ROMÂNIA “AOȘR-TEAMS-III”
EDIȚIA 2024-2025**

**Dezvoltarea de soluții iterative îmbunătățite bazate pe descompuneri tensoriale
pentru aplicații în domeniul acustic**

ETAPA 2 – RAPORT DE CERCETARE ȘTIINȚIFICĂ

Rezumatul etapei

Obiectivul specific corespunzător celei de a doua etape a proiectului (desfășurată în perioada august – noiembrie 2024) este:

O2. Dezvoltarea unor algoritmi adaptivi bazați pe descompuneri tensoriale de ordin superior.

În cadrul acestei etape de cercetare au fost îndeplinite toate activitățile asociate acestui obiectiv specific, prevăzute în planul de realizare a proiectului, după cum urmează:

1. Dezvoltarea teoretică a algoritmului RLS bazat pe descompunerea tensorială
2. Dezvoltarea teoretică a unui filtru Kalman bazat pe descompunerea tensorială
3. Dezvoltarea unei variante simplificate computațional a filtrului Kalman bazat pe descompunerea tensorială
4. Realizarea celui de-al doilea raport privind rezultatele intermediare ale proiectului

Rezultatele din cadrul acestei etape de cercetare au fost publicate în lucrările [1, 2, 3, 4] din lista de referințe.

1 Introducere

Algoritmii de tip RLS (*recursive least-squares*) și cei bazați pe filtrarea Kalman reprezintă alegeri foarte atractive datorită vitezelor rapide de convergență pe care le oferă, ce pot fi atinse chiar și pentru semnale de intrare foarte corelate [5]. Cu toate acestea, dificultatea generală crește atunci când este necesară identificarea răspunsurilor la impuls de lungă durată, care implică provocări semnificative în ceea ce privește complexitatea, convergența, capacitatea de urmărire și acuratețea soluției. De exemplu, în compensarea ecoului acustic, căile de ecou acustic sunt de obicei modelate ca filtre cu răspuns finit la impuls cu sute/mii de coeficienți [6].

O serie de lucrări recente s-au concentrat pe tehnici bazate pe descompunere care implică cel mai apropiat produs Kronecker (*nearest Kronecker product* - NKP) și aproximări de rang scăzut, de exemplu, a se vedea [7] și referințele asociate. Aceste metode exploatează descompunerea în valori singulare (*singular value decomposition* - SVD) a matricei corespunzătoare răspunsului la impuls remodelat (obținut prin vectorizare inversă) și caracteristica sa de rang scăzut. Ca rezultat, în timp ce abordarea convențională de identificare a sistemului se bazează pe un singur filtru adaptiv de lungime mare, metoda bazată pe NKP obține soluția folosind o combinație de două filtre (mult) mai scurte. Acest lucru se potrivește foarte bine în combinație cu algoritmi ce au convergență rapidă, precum RLS și/sau Kalman. Cu toate acestea, tehnica bazată pe NKP utilizată în aceste lucrări se bazează pe descompunerea de ordinul doi, exploatând SVD pentru matricea (de rang scăzut) asociată răspunsului la impuls. Extinderea acestei tehnici la o descompunere de ordin superior se confruntă cu dificultatea de a opera cu un tensor de rang superior, unde rangul său rezultă dintr-o sumă de tensori de rang 1. Extinderea abordării bazate pe NKP la un nivel de descompunere de ordinul trei a fost prezentată în [8], vizând o reducere mai mare a dimensionalității (o combinație de filtre mai scurte). În acest context, rangul acestui tensor este controlat prin intermediul rangului unei matrice, care este limitat la valori mici.

În cadrul acestei etape a proiectului, a fost urmarită metoda de descompunere a tensorilor de ordinul trei și proiectați algoritmi de tip RLS și Kalman, care exploatează această tehnică eficientă [1, 2, 3, 4]. Algoritmii rezultați actualizează în paralel și combină coeficienții a trei filtre adaptive de lungimi mult mai scurte (în comparație cu lungimea răspunsului la impuls original), obținând astfel un câștig important atât în ceea ce privește reducerea complexității, cât și creșterea performanței.

2 Algoritmi de tip Kalman și RLS bazați pe descompunerea tensorială

Configurația de identificare a sistemului abordată în acest proiect este una de tip SISO (*single input - single output*), cu semnale reale de medie zero. Scopul principal îl reprezintă identificarea unui sistem necunoscut caracterizat prin răspunsul la impuls $\mathbf{h}(n) = [h_0(n) \ h_1(n) \ \cdots \ h_{L-1}(n)]^T$ de lungime L , unde n este indicele de timp discret și superscriptul T reprezintă operația de transpunere. De asemenea, vom considera că acest răspuns la impuls variabil în timp evoluează pe baza unui model Markov simplificat de ordinul întâi:

$$\mathbf{h}(n) = \mathbf{h}(n-1) + \mathbf{w}(n), \quad (1)$$

unde $\mathbf{w}(n)$ este un vector de lungime L , care conține eșantioanele unui zgomot alb gaussian de medie zero. În acest context, $\mathbf{h}(n-1)$ și $\mathbf{w}(n)$ sunt necorelate. Acest model standard a fost implicat pe scară largă în multe scenarii de analiză a sistemelor variabile în timp, în cadrul algoritmilor de filtrare adaptivă [9]. În plus, se potrivește foarte bine în scenariile de compensare a ecoului [6]. Deoarece $\mathbf{w}(n)$ este un zgomot alb și gaussian, matricea sa de covarianță este una diagonală, care poate fi exprimată ca $\mathbf{R}_{\mathbf{w}}(n) = \sigma_w^2(n) \mathbf{I}_L$, unde $\sigma_w^2(n)$ este varianța zgomotului și $\mathbf{I}_L$ reprezintă matricea de identitate de mărime $L \times L$. Se poate observa că incertitudinile din $\mathbf{h}(n)$ sunt captate de $\sigma_w^2(n)$.

În contextul filtrării Kalman, modelul din relația (1) reprezintă așa-numita ecuație de stare. În acest cadru, ecuația de observație este definită ca ieșirea sistemului, prin semnalul de referință (sau dorit), $d(n)$. Acesta conține produsul de convoluție dintre eșantioanele semnalului de intrare, $x(n)$, și coeficienții răspunsului la impuls, $\mathbf{h}(n)$, fiind afectat de un zgomot aditiv, $v(n)$. Se consideră că acest zgomot este alb și gaussian, cu varianță $\sigma_v^2 = E[v^2(n)]$, unde $E[\cdot]$ reprezintă operatorul de mediere statistică. În consecință,

$$d(n) = \mathbf{h}^T(n) \mathbf{x}(n) + v(n), \quad (2)$$

unde vectorul $\mathbf{x}(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \cdots \ x(n-L+1)]^T$ conține cele mai recente L eșantioane ale semnalului de intrare. În continuare, considerând un estimat al răspunsului la impuls la indicele de timp n , notat cu $\hat{\mathbf{h}}(n) = [\hat{h}_0(n) \ \hat{h}_1(n) \ \cdots \ \hat{h}_{L-1}(n)]^T$, eroarea de estimare a priori rezultă ca

$$e(n) = d(n) - \hat{\mathbf{h}}^T(n-1) \mathbf{x}(n), \quad (3)$$

iar eroarea de estimare a posteriori este definită ca

$$\varepsilon(n) = d(n) - \hat{\mathbf{h}}^T(n) \mathbf{x}(n). \quad (4)$$

De asemenea, putem defini dezaclinierile a priori și a posteriori:

$$\mathbf{m}(n) = \mathbf{h}(n) - \hat{\mathbf{h}}(n-1), \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{m}}(n) = \mathbf{h}(n) - \hat{\mathbf{h}}(n). \quad (6)$$

Pe baza relației (1), se poate verifica faptul că $\mathbf{m}(n) = \tilde{\mathbf{m}}(n-1) + \mathbf{w}(n)$. De asemenea, utilizând relațiile (3) și (4), avem $\varepsilon(n) = \tilde{\mathbf{m}}^T(n) \mathbf{x}(n) + v(n)$.

În acest moment, filtrul Kalman poate fi obținut pe baza abordării bayesiene secvențiale liniare, care afirmă că estimarea optimă a vectorului de stare este

$$\hat{\mathbf{h}}(n) = \hat{\mathbf{h}}(n-1) + \mathbf{k}(n)e(n), \quad (7)$$

unde $\mathbf{k}(n)$ este vectorul câștig Kalman. Acesta rezultă prin minimizarea funcției cost:

$$J[\mathbf{k}(n)] = \frac{1}{L} \text{tr}[\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}}(n)], \quad (8)$$

unde $\text{tr}(\cdot)$ reprezintă urma unei matrice și $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}}(n) = E[\tilde{\mathbf{m}}(n)\tilde{\mathbf{m}}^T(n)]$ este matricea de covarianță a dezaclinierii a posteriori din relația (6). Din acest criteriu de optimizare se obțin două rezultate importante, după cum urmează:

$$\mathbf{k}(n) = \frac{\mathbf{R}_{\mathbf{m}}(n) \mathbf{x}(n)}{\mathbf{x}^T(n) \mathbf{R}_{\mathbf{m}}(n) \mathbf{x}(n) + \sigma_v^2}, \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}}(n) = [\mathbf{I}_L - \mathbf{k}(n) \mathbf{x}^T(n)] \mathbf{R}_{\mathbf{m}}(n), \quad (10)$$

unde $\mathbf{R}_m(n) = E[\mathbf{m}(n)\mathbf{m}^T(n)]$ este matricea de covarianță a dezinierii a priori din relația (5), cu

$$\mathbf{R}_m(n) = \mathbf{R}_{\tilde{m}}(n-1) + \sigma_w^2(n)\mathbf{I}_L. \quad (11)$$

Inițializarea filtrului Kalman este $\hat{\mathbf{h}}(n) = \mathbf{0}_L$ și $\mathbf{R}_{\tilde{m}}(0) = \epsilon\mathbf{I}_L$, unde $\mathbf{0}_L$ reprezintă un vector cu toate elementele egale cu zero, de lungime L , iar ϵ este o constantă pozitivă. Apoi, la fiecare iterație, algoritmul începe prin a calcula eroarea a priori $e(n)$ din relația (3) și evaluează matricea $\mathbf{R}_m(n)$ din (11). Apoi, vectorul câștig Kalman $\mathbf{k}(n)$ și matricea $\mathbf{R}_{\tilde{m}}(n)$ sunt calculate folosind relațiile (9) și respectiv (10). În cele din urmă, filtrul este actualizat pe baza relației (7). Parametrii specifici $\sigma_w^2(n)$ și σ_v^2 pot fi furnizați a priori sau estimați în cadrul algoritmului [10].

Complexitatea de calcul a filtrului Kalman convențional este proporțională cu pătratul lungimii filtrului, adică $\mathcal{O}(L^2)$. Aceasta reprezintă o provocare semnificativă atunci când se vizează identificarea răspunsurilor la impuls de lungă durată, ca în scenariile de compensare a ecoului. În plus, alte criterii de performanță importante sunt influențate de lungimea filtrului, cum ar fi viteza de convergență și capacitatea de urmărire, împreună cu acuratețea estimării filtrului (în termeni de dezinierie).

În acest context, descompunerea TOT a răspunsului la impuls din [8] reprezintă o abordare utilă, care ar putea duce la câștiguri importante de performanță. Ideea principală este de a exploata caracteristicile de rang scăzut ale răspunsului la impuls, împreună cu descompunerea NKP, astfel încât $\mathbf{h}(n)$ de lungime $L = L_{11}L_{12}L_2$ (cu $L_{11}L_{12} \gg L_2$) poate fi descompus ca

$$\mathbf{h}(n) = \sum_{l=1}^{L_2} \sum_{p=1}^P \mathbf{h}_2^l(n) \otimes \mathbf{h}_{12}^{lp}(n) \otimes \mathbf{h}_{11}^{lp}(n), \quad (12)$$

unde $P < L_{12}$, iar răspunsurile la impuls (mai scurte) $\mathbf{h}_2^l(n)$, $\mathbf{h}_{12}^{lp}(n)$ și $\mathbf{h}_{11}^{lp}(n)$ au lungimile L_2 , L_{12} și respectiv L_{11} , în timp ce $\otimes$ reprezintă produsul Kronecker. Prin urmare, într-un cadru de identificare a sistemului, problema estimării unui număr mare de coeficienți (L) ai răspunsului la impuls $\mathbf{h}(n)$, este reformulată pe baza unei combinații (utilizând produsul Kronecker) a trei filtre mai scurte, care au ca rezultat un total de $L_2^2 + PL_{12}L_2 + PL_{11}L_2$ coeficienți. De exemplu, să considerăm că $L = 512$, astfel încât poate fi descompus folosind $L_{11} = L_{12} = 16$ și $L_2 = 2$. De obicei, $P \ll L_{12}$, așa cum se arată în [8] (de asemenea, indicat și de rezultatele simulărilor furnizate în acest raport). În acest context, să considerăm că $P = 1$ sau $P = 2$. Astfel, în loc de a estima 512 coeficienți ai lui $\mathbf{h}(n)$, descompunerea TOT necesită estimarea a doar $4 + 32 + 32 = 68$ coeficienți (pentru $P = 1$) sau $4 + 64 + 64 = 132$ coeficienți (pentru $P = 2$). În consecință, are loc o reducere semnificativă a spațiului parametrilor, ceea ce ar putea conduce la avantaje importante atât din punct de vedere al performanței, cât și al complexității.

În continuare, cele trei seturi de coeficienți din partea dreaptă a relației (12) sunt grupate în trei răspunsuri de impuls de lungimi L_2^2 , $PL_{12}L_2$ și respectiv $PL_{11}L_2$, după cum urmează:

$$\underline{\mathbf{h}}_2(n) = \begin{bmatrix} (\mathbf{h}_2^1)^T(n) & (\mathbf{h}_2^2)^T(n) & \cdots & (\mathbf{h}_2^{L_2})^T(n) \end{bmatrix}^T, \quad (13)$$

$$\underline{\mathbf{h}}_{12}(n) = \begin{bmatrix} (\bar{\mathbf{h}}_{12}^1)^T(n) & (\bar{\mathbf{h}}_{12}^2)^T(n) & \cdots & (\bar{\mathbf{h}}_{12}^{L_2})^T(n) \end{bmatrix}^T, \quad (14)$$

$$\underline{\mathbf{h}}_{11}(n) = \begin{bmatrix} (\bar{\mathbf{h}}_{11}^1)^T(n) & (\bar{\mathbf{h}}_{11}^2)^T(n) & \cdots & (\bar{\mathbf{h}}_{11}^{L_2})^T(n) \end{bmatrix}^T, \quad (15)$$

unde

$$\bar{\mathbf{h}}_{12}^l(n) = \begin{bmatrix} (\mathbf{h}_{12}^{l1})^T(n) & (\mathbf{h}_{12}^{l2})^T(n) & \cdots & (\mathbf{h}_{12}^{lP})^T(n) \end{bmatrix}^T, \quad (16)$$

$$\bar{\mathbf{h}}_{11}^l(n) = \begin{bmatrix} (\mathbf{h}_{11}^{l1})^T(n) & (\mathbf{h}_{11}^{l2})^T(n) & \cdots & (\mathbf{h}_{11}^{lP})^T(n) \end{bmatrix}^T, \quad (17)$$

cu $l = 1, 2, \dots, L_2$. Următorul obiectiv este de a reformula filtrul Kalman ținând cont de răspunsuri la impuls componente din (13)–(15). În acest mod, estimările lor pot fi combinate ulterior pe baza relației (12), pentru a modela răspunsul la impuls global al sistemului necunoscut.

Filtrul Kalman astfel dezvoltat, ce are la bază descompunerea TOT, ia în considerare modele Markov simplificate de ordinul întâi pentru răspunsurile la impuls din (13)–(15), astfel încât

$$\underline{\mathbf{h}}_2(n) = \underline{\mathbf{h}}_2(n-1) + \mathbf{w}_2(n), \quad (18)$$

$$\underline{\mathbf{h}}_{12}(n) = \underline{\mathbf{h}}_{12}(n-1) + \mathbf{w}_{12}(n), \quad (19)$$

$$\underline{\mathbf{h}}_{11}(n) = \underline{\mathbf{h}}_{11}(n-1) + \mathbf{w}_{11}(n), \quad (20)$$

unde $\mathbf{w}_2(n)$, $\mathbf{w}_{12}(n)$ și $\mathbf{w}_{11}(n)$ sunt trei vectori de lungimi L_2^2 , $PL_{12}L_2$ și respectiv $PL_{11}L_2$, care conțin eșantioane de zgomot alb gaussian de medie zero. Matricile lor de covarianță asociate sunt $\mathbf{R}_{\mathbf{w}_2}(n) = \sigma_{w_2}^2(n)\mathbf{I}_{L_2^2}$, $\mathbf{R}_{\mathbf{w}_{12}}(n) = \sigma_{w_{12}}^2(n)\mathbf{I}_{PL_{12}L_2}$ și $\mathbf{R}_{\mathbf{w}_{11}}(n) = \sigma_{w_{11}}^2(n)\mathbf{I}_{PL_{11}L_2}$, unde $\sigma_{w_2}^2(n)$, $\sigma_{w_{12}}^2(n)$ și $\sigma_{w_{11}}^2(n)$ sunt variațiile corespunzătoare (“incertitudinile”), în timp ce $\mathbf{I}_\star$ reprezintă matricea identitate cu dimensiunea indicată la indice ($\star \times \star$). După cum s-a subliniat anterior, scopul este de a estima răspunsurile la impuls componente din (13), (14) și (15), notate în continuare cu $\hat{\underline{\mathbf{h}}}_2(n)$, $\hat{\underline{\mathbf{h}}}_{12}(n)$ și respectiv $\hat{\underline{\mathbf{h}}}_{11}(n)$. Componentele lor pot fi obținute similar cu (13)–(17), astfel încât estimarea răspunsului la impuls global să rezulte similar cu (12), astfel:

$$\hat{\mathbf{h}}(n) = \sum_{l=1}^{L_2} \sum_{p=1}^P \hat{\mathbf{h}}_2^l(n) \otimes \hat{\mathbf{h}}_{12}^{lp}(n) \otimes \hat{\mathbf{h}}_{11}^{lp}(n), \quad (21)$$

unde $\hat{\mathbf{h}}_2^l(n)$, $\hat{\mathbf{h}}_{12}^{lp}(n)$ și $\hat{\mathbf{h}}_{11}^{lp}(n)$ reprezintă estimările pentru $\mathbf{h}_2^l(n)$, $\mathbf{h}_{12}^{lp}(n)$ și respectiv $\mathbf{h}_{11}^{lp}(n)$ (cu $l = 1, 2, \dots, L_2$ și $p = 1, 2, \dots, P$).

În acest moment, este important să exprimăm eroarea a priori din relația (3) astfel încât să se separe/extragă răspunsurile la impuls componente. În acest scop, ținem cont de proprietățile produsului Kronecker, care ne permit să exprimăm în mod echivalent termenul (sumei) din partea dreaptă a relației (21) în trei moduri diferite, astfel:

$$\hat{\mathbf{h}}_2^l(n) \otimes \hat{\mathbf{h}}_{12}^{lp}(n) \otimes \hat{\mathbf{h}}_{11}^{lp}(n) = [\mathbf{I}_{L_2} \otimes \hat{\mathbf{h}}_{12}^{lp}(n) \otimes \hat{\mathbf{h}}_{11}^{lp}(n)] \hat{\mathbf{h}}_2^l(n) = \hat{\mathbf{H}}_{12,11}^{lp}(n) \hat{\mathbf{h}}_2^l(n) \quad (22)$$

$$= [\hat{\mathbf{h}}_2^l(n) \otimes \mathbf{I}_{L_{12}} \otimes \hat{\mathbf{h}}_{11}^{lp}(n)] \hat{\mathbf{h}}_{12}^{lp}(n) = \hat{\mathbf{H}}_{2,11}^{lp}(n) \hat{\mathbf{h}}_{12}^{lp}(n) \quad (23)$$

$$= [\hat{\mathbf{h}}_2^l(n) \otimes \hat{\mathbf{h}}_{12}^{lp}(n) \otimes \mathbf{I}_{L_{11}}] \hat{\mathbf{h}}_{11}^{lp}(n) = \hat{\mathbf{H}}_{2,12}^{lp}(n) \hat{\mathbf{h}}_{11}^{lp}(n), \quad (24)$$

unde $\hat{\mathbf{H}}_{12,11}^{lp}(n)$, $\hat{\mathbf{H}}_{2,11}^{lp}(n)$ și $\hat{\mathbf{H}}_{2,12}^{lp}(n)$ sunt notații pentru termenii (matricile) care înmulțesc componentele “extrase” din (22), (23) și respectiv (24).

Ca rezultat, grupând componentele $\hat{\mathbf{h}}_2^l(n)$ în $\hat{\underline{\mathbf{h}}}_2(n)$ [similar cu (13)], în timp ce utilizăm (21) și (22) în (3), eroarea a priori are ca rezultat echivalent

$$e(n) = d(n) - \hat{\underline{\mathbf{h}}}_2^T(n-1) \mathbf{x}_{12,11}(n), \quad (25)$$

unde $\mathbf{x}_{12,11}(n) = \hat{\underline{\mathbf{H}}}_{12,11}^T(n-1) \mathbf{x}(n)$, cu

$$\hat{\underline{\mathbf{H}}}_{12,11}(n-1) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{H}}_{12,11}^1(n-1) & \hat{\mathbf{H}}_{12,11}^2(n-1) & \dots & \hat{\mathbf{H}}_{12,11}^{L_2}(n-1) \end{bmatrix}$$

și $\hat{\underline{\mathbf{H}}}_{12,11}^l(n-1) = \sum_{p=1}^P \hat{\mathbf{H}}_{12,11}^{lp}(n-1)$, pentru $l = 1, 2, \dots, L_2$. Similar, grupând componentele $\hat{\mathbf{h}}_{12}^{lp}(n)$ în $\hat{\underline{\mathbf{h}}}_{12}(n)$ [ca în (14) și (16)], apoi utilizând (21) și (23) în (3), obținem o a doua expresie echivalentă pentru eroarea a priori, adică

$$e(n) = d(n) - \hat{\underline{\mathbf{h}}}_{12}^T(n-1) \mathbf{x}_{2,11}(n), \quad (26)$$

unde $\mathbf{x}_{2,11}(n) = \hat{\underline{\mathbf{H}}}_{2,11}^T(n-1) \mathbf{x}(n)$, cu

$$\hat{\underline{\mathbf{H}}}_{2,11}(n-1) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{H}}_{2,11}^1(n-1) & \hat{\mathbf{H}}_{2,11}^2(n-1) & \dots & \hat{\mathbf{H}}_{2,11}^{L_2}(n-1) \end{bmatrix}$$

și $\widehat{\mathbf{H}}_{2,11}^l(n-1) = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{H}}_{2,11}^{l1}(n-1) & \widehat{\mathbf{H}}_{2,11}^{l2}(n-1) & \cdots & \widehat{\mathbf{H}}_{2,11}^{lP}(n-1) \end{bmatrix}$, pentru $l = 1, 2, \dots, L_2$. În final, grupând componentele $\widehat{\mathbf{h}}_{11}^{lp}(n)$ în $\widehat{\mathbf{h}}_{11}(n)$ [similar cu (15) și (17)], ulterior utilizând (21) și (24) în (3), conduce la a treia și ultima modalitate de a exprima în mod echivalent eroarea a priori, care devine

$$e(n) = d(n) - \widehat{\mathbf{h}}_{11}^T(n-1)\mathbf{x}_{2,12}(n), \quad (27)$$

unde $\mathbf{x}_{2,12}(n) = \widehat{\mathbf{H}}_{2,12}^T(n-1)\mathbf{x}(n)$, cu

$$\widehat{\mathbf{H}}_{2,12}(n-1) = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{H}}_{2,12}^1(n-1) & \widehat{\mathbf{H}}_{2,12}^2(n-1) & \cdots & \widehat{\mathbf{H}}_{2,12}^{L_2}(n-1) \end{bmatrix}$$

și $\widehat{\mathbf{H}}_{2,12}^l(n-1) = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{H}}_{2,12}^{l1}(n-1) & \widehat{\mathbf{H}}_{2,12}^{l2}(n-1) & \cdots & \widehat{\mathbf{H}}_{2,12}^{lP}(n-1) \end{bmatrix}$, pentru $l = 1, 2, \dots, L_2$.

Similar cu (7), în cadrul filtrării Kalman și a abordării bayesiene secvențiale liniare, actualizările celor trei componente rezultă folosind cele trei expresii asociate semnalului de eroare din relațiile (25), (26) și respectiv (27), astfel:

$$\widehat{\mathbf{h}}_2(n) = \widehat{\mathbf{h}}_2(n-1) + \mathbf{k}_2(n)e(n), \quad (28)$$

$$\widehat{\mathbf{h}}_{12}(n) = \widehat{\mathbf{h}}_{12}(n-1) + \mathbf{k}_{12}(n)e(n), \quad (29)$$

$$\widehat{\mathbf{h}}_{11}(n) = \widehat{\mathbf{h}}_{11}(n-1) + \mathbf{k}_{11}(n)e(n), \quad (30)$$

unde $\mathbf{k}_2(n)$, $\mathbf{k}_{12}(n)$ și $\mathbf{k}_{11}(n)$ sunt vectorii Kalman aferenți. În acest moment, putem defini dezinierile a posteriori pentru filtrele componente:

$$\widetilde{\mathbf{m}}_2(n) = \widehat{\mathbf{h}}_2(n) - \widehat{\mathbf{h}}_2(n-1), \quad (31)$$

$$\widetilde{\mathbf{m}}_{12}(n) = \widehat{\mathbf{h}}_{12}(n) - \widehat{\mathbf{h}}_{12}(n-1), \quad (32)$$

$$\widetilde{\mathbf{m}}_{11}(n) = \widehat{\mathbf{h}}_{11}(n) - \widehat{\mathbf{h}}_{11}(n-1), \quad (33)$$

cu matricile de covarianță $\mathbf{R}_{\widetilde{\mathbf{m}}_2}(n) = E[\widetilde{\mathbf{m}}_2(n)\widetilde{\mathbf{m}}_2^T(n)]$, $\mathbf{R}_{\widetilde{\mathbf{m}}_{12}}(n) = E[\widetilde{\mathbf{m}}_{12}(n)\widetilde{\mathbf{m}}_{12}^T(n)]$ și respectiv $\mathbf{R}_{\widetilde{\mathbf{m}}_{11}}(n) = E[\widetilde{\mathbf{m}}_{11}(n)\widetilde{\mathbf{m}}_{11}^T(n)]$. De asemenea, folosind estimările de la momentul de timp anterior ($n-1$), dezinierile a priori pot fi evaluate ca

$$\mathbf{m}_2(n) = \widehat{\mathbf{h}}_2(n) - \widehat{\mathbf{h}}_2(n-1), \quad (34)$$

$$\mathbf{m}_{12}(n) = \widehat{\mathbf{h}}_{12}(n) - \widehat{\mathbf{h}}_{12}(n-1), \quad (35)$$

$$\mathbf{m}_{11}(n) = \widehat{\mathbf{h}}_{11}(n) - \widehat{\mathbf{h}}_{11}(n-1), \quad (36)$$

care sunt asociate cu matricile de covarianță $\mathbf{R}_{\mathbf{m}_2}(n) = E[\mathbf{m}_2(n)\mathbf{m}_2^T(n)]$, $\mathbf{R}_{\mathbf{m}_{12}}(n) = E[\mathbf{m}_{12}(n)\mathbf{m}_{12}^T(n)]$ și respectiv $\mathbf{R}_{\mathbf{m}_{11}}(n) = E[\mathbf{m}_{11}(n)\mathbf{m}_{11}^T(n)]$.

Vectorii câștig Kalman necesari în cadrul actualizărilor (28)–(30) rezultă prin minimizarea funcțiilor de cost:

$$J[\mathbf{k}_2(n)] = \frac{1}{L_2^2} \text{tr}[\mathbf{R}_{\widetilde{\mathbf{m}}_2}(n)], \quad (37)$$

$$J[\mathbf{k}_{12}(n)] = \frac{1}{PL_{12}L_2} \text{tr}[\mathbf{R}_{\widetilde{\mathbf{m}}_{12}}(n)], \quad (38)$$

$$J[\mathbf{k}_{11}(n)] = \frac{1}{PL_{11}L_2} \text{tr}[\mathbf{R}_{\widetilde{\mathbf{m}}_{11}}(n)]. \quad (39)$$

În fiecare caz, criteriul de optimizare se aplică pe baza unei strategii de optimizare multiliniare, considerând că două dintre filtrele componente sunt fixe în criteriul de optimizare al celui de-al treilea. În consecință, urmând (37) și similar cu (8), obținem

$$\mathbf{k}_2(n) = \frac{\mathbf{R}_{\mathbf{m}_2}(n)\mathbf{x}_{12,11}(n)}{\mathbf{x}_{12,11}^T(n)\mathbf{R}_{\mathbf{m}_2}(n)\mathbf{x}_{12,11}(n) + \sigma_v^2}, \quad (40)$$

$$\mathbf{R}_{\widetilde{\mathbf{m}}_2}(n) = \left[\mathbf{I}_{L_2^2} - \mathbf{k}_2(n)\mathbf{x}_{12,11}^T(n) \right] \mathbf{R}_{\mathbf{m}_2}(n). \quad (41)$$

În mod similar, urmând (38) și (39), vectorii Kalman corespunzători rezultă ca

$$\mathbf{k}_{12}(n) = \frac{\mathbf{R}_{\mathbf{m}_{12}}(n)\mathbf{x}_{2,11}(n)}{\mathbf{x}_{2,11}^T(n)\mathbf{R}_{\mathbf{m}_{12}}(n)\mathbf{x}_{2,11}(n) + \sigma_v^2}, \quad (42)$$

$$\mathbf{k}_{11}(n) = \frac{\mathbf{R}_{\mathbf{m}_{11}}(n)\mathbf{x}_{2,12}(n)}{\mathbf{x}_{2,12}^T(n)\mathbf{R}_{\mathbf{m}_{11}}(n)\mathbf{x}_{2,12}(n) + \sigma_v^2}. \quad (43)$$

De asemenea,

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}_{12}}(n) = [\mathbf{I}_{PL_{12}L_2} - \mathbf{k}_{12}(n)\mathbf{x}_{2,11}^T(n)] \mathbf{R}_{\mathbf{m}_{12}}(n), \quad (44)$$

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}_{11}}(n) = [\mathbf{I}_{PL_{11}L_2} - \mathbf{k}_{11}(n)\mathbf{x}_{2,12}^T(n)] \mathbf{R}_{\mathbf{m}_{11}}(n). \quad (45)$$

În final, pe baza (31)–(36), obținem următoarele relații între matricele de covarianță:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{m}_2}(n) = \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}_2}(n-1) + \sigma_{w_2}^2(n)\mathbf{I}_{L_2^2}, \quad (46)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{m}_{12}}(n) = \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}_{12}}(n-1) + \sigma_{w_{12}}^2(n)\mathbf{I}_{PL_{12}L_2}, \quad (47)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{m}_{11}}(n) = \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}_{11}}(n-1) + \sigma_{w_{11}}^2(n)\mathbf{I}_{PL_{11}L_2}. \quad (48)$$

Filtrul Kalman astfel rezultat, bazat pe descompunerea TOT, denumit KF-TOT, este definit de relațiile (28)–(30) și (40)–(48). În cadrul algoritmului, trebuie evaluate și matricele auxiliare $\hat{\mathbf{H}}_{12,11}^{lp}(n)$, $\hat{\mathbf{H}}_{2,11}^{lp}(n)$ și $\hat{\mathbf{H}}_{2,12}^{lp}(n)$, conform (22), (23) și respectiv (24). Aceste matrice auxiliare sunt folosite pentru a evalua “intrările” $\mathbf{x}_{12,11}(n)$, $\mathbf{x}_{2,11}(n)$ și $\mathbf{x}_{2,12}(n)$, așa cum este definit după relațiile (25), (26) și respectiv (27).

Inițializarea algoritmului KF-TOT este $\hat{\mathbf{h}}_2^l(0) = [\xi \quad \mathbf{0}_{L_2-1}^T]^T$, $\hat{\mathbf{h}}_{12}^{lp}(0) = [\xi \quad \mathbf{0}_{L_{12}-1}^T]^T$, $\hat{\mathbf{h}}_{11}^{lp}(0) = [\xi \quad \mathbf{0}_{L_{11}-1}^T]^T$, cu $l = 1, 2, \dots, L_2$, $p = 1, 2, \dots, P$ și $0 < \xi \leq 1$; notația $\mathbf{0}_\bullet$ reprezintă un vector cu toate elementele egale cu zero, cu lungimea indicată în indice. În plus, trebuie să inițializăm $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}_2}(0) = \zeta\mathbf{I}_{L_2^2}$, $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}_{12}}(0) = \zeta\mathbf{I}_{PL_{12}L_2}$ și $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}_{11}}(0) = \zeta\mathbf{I}_{PL_{11}L_2}$, unde ζ este o constantă pozitivă.

Varianța zgomotului aditiv, σ_v^2 , este necesară în cadrul evaluării vectorilor câștig Kalman din relațiile (40), (42) și (43). Acest parametru ar putea fi disponibil a priori sau estimat în cadrul algoritmului, de exemplu, în perioadele de tăcere ale unui vorbitor (în aplicațiile de compensare a ecoului sau de reducere a zgomotului). Alte metode de estimare a lui σ_v^2 pot fi găsite în [10].

Ceilalți parametri importanți ai algoritmului KF-TOT sunt incertitudinile $\sigma_{w_2}^2(n)$, $\sigma_{w_{12}}^2(n)$ și $\sigma_{w_{11}}^2(n)$, care sunt necesare în relațiile (46)–(48). Similar filtrului Kalman convențional și influenței incertitudinilor sale [10], valorile mici ale acestor parametri conduc la o precizie/acuratețe bună a soluției (dezaliniere scăzută), dar o capacitate lentă de urmărire în cazul unei schimbări bruște a sistemului necunoscut. Pe de altă parte, incertitudinile mari mențin sistemul adaptiv alert (cu un comportament bun de urmărire), dar sacrificând în ceea ce privește acuratețea. Utilizarea unor valori constante pentru acești parametri (de exemplu, setate a priori) duce la un compromis inerent între principalele criterii de performanță. Pentru a îmbunătăți acest aspect, incertitudinile pot fi evaluate în cadrul algoritmului, într-o manieră dependentă de timp, prin utilizarea unei anumite măsuri care surprinde variația sistemului de la o iterație la alta. Ambele abordări vor fi analizate în cele ce urmează, în contextul rezultatelor experimentale. Algoritmul RLS-TOT poate fi obținut similar pe baza optimizării în sensul celor mai mici pătrate.

Ordinul de complexitate al filtrului Kalman convențional (KF) este $\mathcal{O}_{\text{KF}} = L^2$, deoarece este proporțional cu pătratul lungimii filtrului. Pe de altă parte, algoritmul KF-TOT propus combină soluțiile a trei filtre Kalman mai scurte, de lungimi L_2^2 , $PL_{12}L_2$ și $PL_{11}L_2$, cu $L = L_{11}L_{12}L_2$. Astfel, ordinul său de complexitate este $\mathcal{O}_{\text{KF-TOT}} = L_2^4 + (PL_{12}L_2)^2 + (PL_{11}L_2)^2$, ceea ce ar putea fi mult mai mic în comparație cu omologul său convențional.

3 Rezultate experimentale

Pentru configurația experimentală considerăm un scenariu de compensare a ecoului, care reprezintă de fapt o problemă de identificare de sistem, în care scopul principal este de a modela/estima răspunsul la impuls al unei căi de ecou [6, 9]. În cadrul experimental, acest răspuns la impuls este obținut pe baza primului grup de coeficienți din recomandarea ITU-T G.168 [11], care este completat cu zerouri până la lungimea $L = 512$ (frecvența de eșantionare este de 8 kHz). Această lungime poate fi factorizată folosind $L_{11} = L_{12} = 16$ și $L_2 = 2$, care reprezintă configurația de descompunere

TOT. Pentru a evalua capacitatea de urmărire a algoritmilor, în unele experimente se ia în considerare un scenariu de schimbare bruscă a căii de ecou, prin schimbarea semnului coeficienților răspunsului la impuls la un anumit moment de timp. Performanța algoritmilor este evaluată în termeni de dezaliniere normalizată (în dB), care este definită ca $20\log_{10} \left\| \mathbf{h}(n) - \hat{\mathbf{h}}(n) \right\|_2 / \left\| \mathbf{h}(n) \right\|_2$, unde notația $\|\cdot\|_2$ reprezintă norma euclidiană. Atunci când calea ecoului $\mathbf{h}(n)$ se modifică brusc, semnalul de referință/dorit se modifică conform relației (2), ceea ce are ca rezultat o creștere bruscă a semnalului de eroare și în consecință a dezalinerii normalizate. Prin urmare, este de dorit ca algoritmul să își revină cât mai repede posibil după această modificare.

Semnalul de intrare este fie o secvență staționară obținută prin filtrarea unui zgomot alb gaussian printr-un model autoregresiv de ordinul întâi (AR) cu polul la 0,8, rezultând astfel un proces AR(1), fie o secvență nestaționară obținută dintr-un semnal vocal. Ieșirea căii de ecou este afectată de un zgomot alb gaussian, $v(n)$, cu niveluri diferite ale raportului semnal-zgomot (SNR - *signal-to-noise ratio*). Acesta este definit ca σ_y^2/σ_v^2 , unde $\sigma_y^2 = E[y^2(n)]$ reprezintă varianța semnalului de ieșire, $y(n) = \mathbf{h}^T(n)\mathbf{x}(n)$. Trei scenarii sunt luate în considerare în experimente, folosind SNR = 20 dB, 10 dB și 0 dB, care corespund condițiilor de zgomot ușor, moderat și respectiv puternic. Trebuie subliniat faptul că în aplicațiile de compensare a ecoului zgomotul de fond ar putea fi semnificativ, influențând astfel acuratețea estimărilor, în timp ce algoritmii ar trebui să fie robuști în diferite medii zgomotoase.

După cum s-a explicat anterior, algoritmul KF-TOT necesită parametrul σ_v^2 în calculul vectorilor Kalman. Acest lucru este valabil și pentru filtrul convențional Kalman, conform (9). În continuare, considerăm că σ_v^2 este disponibil în toate experimentele raportate. De asemenea, este important de reținut că așa-numitul parametru de regularizare este de obicei legat de valoarea SNR, adică cu cât SNR este mai mic, cu atât termenul de regularizare ar trebui să fie mai mare [6]. În cazul KF-TOT, un astfel de parametru (ζ) este utilizat în pasul de inițializare, pentru matricile $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}_2}(0)$, $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}_{12}}(0)$ și $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{m}}_{11}}(0)$. Astfel, o modalitate simplă de a raporta valoarea sa la nivelul SNR este $\zeta = 1/\text{SNR}$.

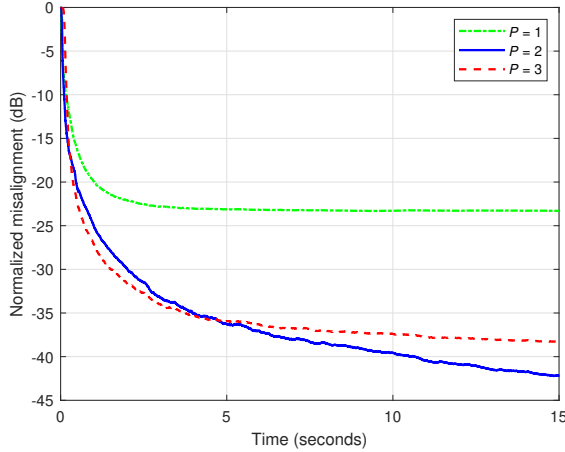


Figure 1: Dezalinierea normalizată a KF-TOT pentru diferite valori ale lui P . Semnalul de intrare este un proces AR(1) și SNR = 20 dB.

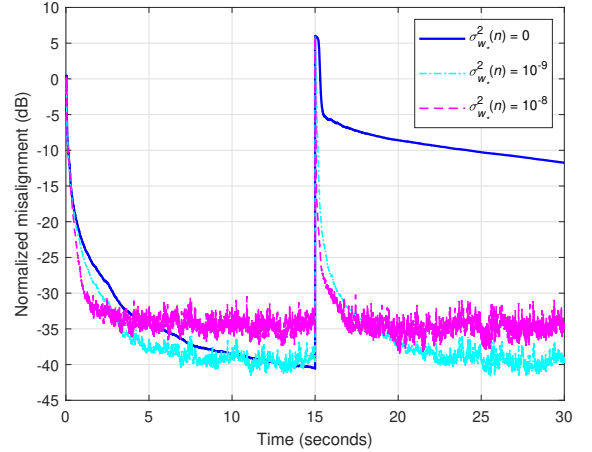


Figure 2: Dezalinierea normalizată a KF-TOT pentru $P = 2$. Semnalul de intrare este un proces AR(1), SNR = 20 dB, iar calea de ecou se schimbă după 15 secunde.

În primul set de experimente, analizăm principalii parametri ai KF-TOT, pentru a sublinia influența acestora asupra performanței algoritmului. În aceste simulări, semnalul de intrare este un proces AR(1) și SNR = 20 dB. În primul rând, evaluăm influența parametrului de descompunere P . După cum se arată în [8], valorile sale sunt de obicei mult mai mici decât L_{12} , în timp ce pentru răspunsurile la impulsuri de rețea (cum ar fi cel implicat în experimente), valoarea lui P este în vecinătatea $L_{12}/8$. În Fig. 1, sunt considerate trei valori ale lui P , în timp ce se folosesc parametri de incertitudine nuli, adică $\sigma_{w_2}^2(n) = \sigma_{w_{12}}^2(n) = \sigma_{w_{11}}^2(n) = 0$. După cum s-a explicat anterior, această setare vizează cea mai bună acuratețe a algoritmului, adică cea mai mică dezaliniere, sacrificând în același timp în ceea ce privește capacitatea de urmărire. În primul rând, putem observa în Fig. 1 că KF-TOT folosind $P = 1$ duce la o atenuare rezonabilă a dezalinerii, folosind doar 68 de coeficienți. Creșterea valorii lui P îmbunătățește performanța KF-TOT, dar până la o anumită limită, care este legată de caracteristicile de rang scăzut

ale răspunsului la impuls care trebuie identificat. După cum putem observa în Fig. 1, utilizarea $P = 2$ și $P = 3$ conduce la performanțe similare. În consecință, creșterea valorii lui P peste această limită nu va aduce câștiguri suplimentare. În plus, creșterea valorii lui P conduce și la un spațiu de parametri mai mare. În scenariul nostru, valoarea $P = 2$ reprezintă o alegere rezonabilă, ținând cont de compromisul dintre performanță și complexitate. În acest caz, spațiul parametrilor KF-TOT cuprinde 132 de coeficienți, reprezentând totuși o reducere semnificativă în comparație cu lungimea $L = 512$ a răspunsului la impuls complet.

În continuare, în Fig. 2, analizăm capacitățile de urmărire ale KF-TOT (cu $P = 2$) când se utilizează valori constante ale parametrilor de incertitudine. În mod general, vom nota acești parametri cu $\sigma_*^2(n)$, unde $*$ $\in \{2, 12, 11\}$. Calea ecoului se schimbă după 15 secunde de la debutul experimentului. După cum s-a subliniat în simularea anterioară (din Fig. 1), valorile $\sigma_*^2(n) = 0$ duc la o precizie bună, dar o capacitate de urmărire slabă, după cum putem observa și în Fig. 2. Reducerea valorilor lui $\sigma_*^2(n)$ îmbunătățește capacitatea de urmărire, dar crește dezechilibrul (reduce acuratețea estimării). În consecință, trebuie considerat un compromis între aceste criterii de performanță.

În acest scop, este util să evaluăm parametrii incertitudinilor în cadrul algoritmului, folosind o anumită măsură care surprinde variația de la $\hat{\mathbf{h}}(n-1)$ la $\hat{\mathbf{h}}(n)$. O modalitate simplă și practică a fost propusă în [10], prin calculul în fiecare iterație a cantității $\|\hat{\mathbf{h}}(n) - \hat{\mathbf{h}}(n-1)\|_2^2 / L$. Setarea valorilor lui $\sigma_*^2(n)$ în acest mod permite un compromis mai bun între convergență/urmărire și dezechilibrul. O diferență mică între $\hat{\mathbf{h}}(n)$ și $\hat{\mathbf{h}}(n-1)$ indică faptul că algoritmul este în stare de convergență staționară, unde ar trebui folosite valori mici pentru $\sigma_*^2(n)$. Pe de altă parte, o diferență mare între două estimări consecutive necesită o reacție rapidă a algoritmului, prin creșterea valorilor lui $\sigma_*^2(n)$.

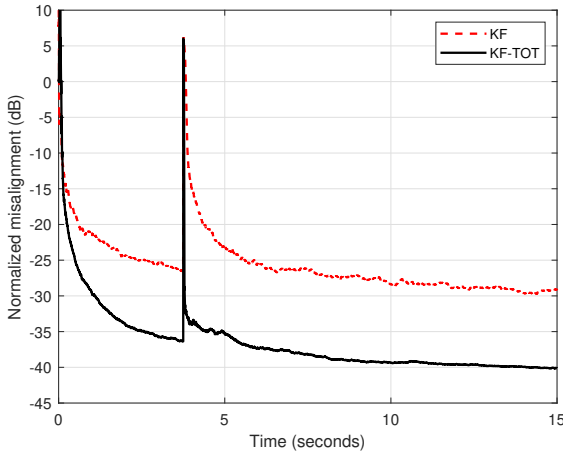


Figure 3: Dezechilibrul normalizat al KF convențional și KF-TOT (cu $P = 2$). Semnalul de intrare este un proces AR(1), SNR = 20 dB, iar calea de ecou se schimbă după 3,75 secunde.

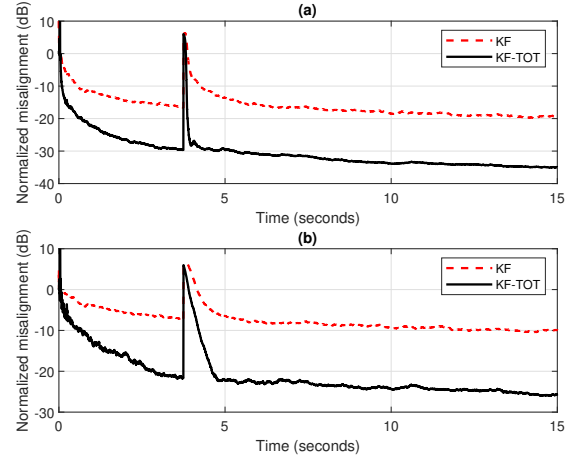


Figure 4: Dezechilibrul normalizat al KF convențional și KF-TOT (cu $P = 2$). Semnalul de intrare este un proces AR(1), calea de ecou se schimbă după 3,75 secunde și (a) SNR = 10 dB și (b) SNR = 0 dB.

În al doilea set de experimente, sunt comparate performanțele algoritmului KF convențional cu KF-TOT (folosind $P = 2$). Ambii algoritmi evaluează parametrii incertitudinilor în același mod, așa cum s-a explicat anterior. Semnalul de intrare este un proces AR(1), calea ecoului se modifică după 3,75 secunde de la începutul simulării și sunt utilizate diferite valori ale SNR. În Fig. 3, setarea este SNR = 20 dB. După cum putem observa, KF-TOT depășește performanța algoritmului KF convențional, în ceea ce privește ambele criterii de performanță (convergența/urmărirea și dezechilibrul). Acest lucru se datorează faptului că algoritmul KF convențional utilizează un singur filtru de lungime mare, cu $L = 512$, în timp ce KF-TOT combină estimările furnizate de trei filtre mult mai scurte, cu $PL_{12}L_2 = 64$, $PL_{11}L_2 = 64$ și respectiv $L_2^2 = 4$ coeficienți. Aceste câștiguri de performanță sunt valabile și în medii cu SNR scăzut, așa cum putem observa în Fig. 4(a) și (b), unde SNR este setat la 10 dB și respectiv 0 dB. Chiar dacă există o reacție de urmărire puțin mai lentă a KF-TOT în condiții de zgomot puternic [Fig. 4(b)], acesta se comportă net superior algoritmului KF convențional.

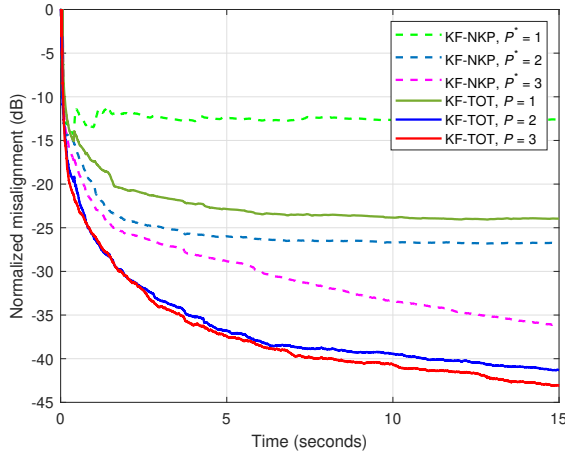


Figure 5: Dezalinierea normalizată a KF-NKP [12] și KF-TOT, pentru diferite valori ale lui P^* și respectiv P . Semnalul de intrare este vocal și $\text{SNR} = 20$ dB.

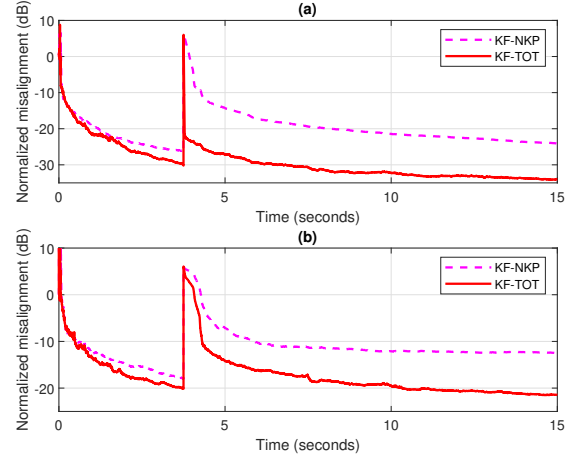


Figure 6: Dezalinierea normalizată a KF-NKP [12] (cu $P^* = 3$) și KF-TOT (pentru diferite valori ale lui P). Semnalul de intrare este vocal, calea de ecou se schimbă după 3,75 secunde și (a) $\text{SNR} = 10$ dB, $P = 3$ și (b) $\text{SNR} = 0$ dB, $P = 2$.

În al treilea set de experimente, versiunea bazată pe NKP a filtrului Kalman (KF-NKP) din [12] este implicată în comparații. Acesta este tot un algoritm bazat pe descompunere, dar exploatează un nivel de ordinul doi, combinând soluțiile a două filtre mai scurte, de lungimi $P^*L_1^*$ și $P^*L_2^*$, unde lungimea filtrului global este factorizată ca $L = L_1^*L_2^*$, cu $P^* < L_2^*$. În scenariul nostru, deoarece $L = 512$, folosim configurația de descompunere $L_1^* = 32$ și $L_2^* = 16$. În Fig. 5, semnalul de intrare este o secvență de vorbire, $\text{SNR} = 20$ dB, iar diferite valorile ale parametrilor P^* și P sunt utilizate pentru KF-NKP și respectiv KF-TOT. După cum putem observa, KF-TOT depășește KF-NKP pentru toate valorile parametrilor de descompunere. Aceleași filtre Kalman sunt analizate în Fig. 6, folosind valori ale SNR mai mici și luând în considerare o schimbare a căii ecoului (după 3,75 secunde). În ambele scenarii ($\text{SNR} = 10$ dB și 0 dB) algoritmul KF-TOT obține performanțe mai bune decât KF-NKP, atât în ceea ce privește capacitatea de urmărire, cât și nivelul de dezaliniere. În plus, algoritmul KF-TOT poate funcționa cu $P < P^*$ [Fig. 6(b)].

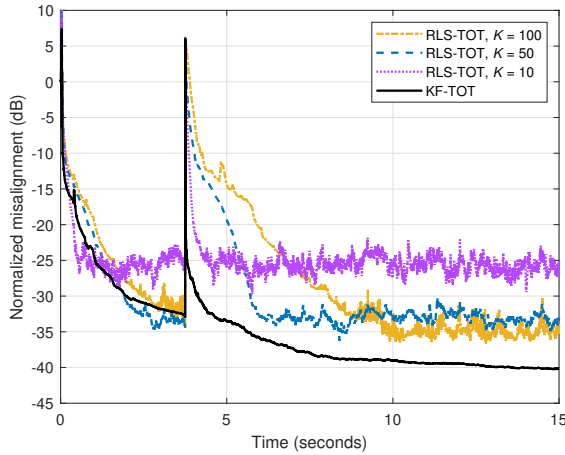


Figure 7: Dezalinierea normalizată a RLS-TOT (cu diferiți factori de uitare) și KF-TOT (cu $P = 2$). Semnalul de intrare este vocal, $\text{SNR} = 20$ dB, iar calea de ecou se schimbă după 3,75 secunde.

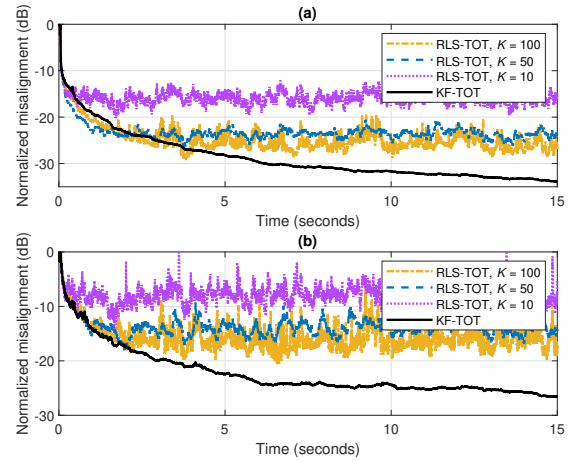


Figure 8: Dezalinierea normalizată a RLS-TOT (cu diferiți factori de uitare) și KF-TOT (cu $P = 2$). Semnalul de intrare este vocal, iar (a) $\text{SNR} = 10$ dB și (b) $\text{SNR} = 0$ dB.

În final, în al patrulea set de experimente, algoritmul RLS-TOT recent dezvoltat este implicat în comparații [1]. În cazul RLS-TOT, performanța sa globală este controlată de factorii de uitare, notați cu λ_* , unde $*$ $\in \{2, 12, 11\}$. Aceștia sunt constante pozitive, care sunt mai mici sau egale cu unu. Valori mai mari pentru λ_* (mai apropiate sau egale cu unu) conduc la o precizie bună a estimării filtrului, atingând astfel niveluri mai mici de dezașinier. Pe de altă parte, capacitatea de urmărire a algoritmului este redusă. Acest lucru poate fi îmbunătățit prin scăderea valorilor lui λ_* , sacrificând în același timp în ceea ce privește precizia (creșterea dezașinierii). În acest context, un compromis între aceste criterii de performanță poate fi obținut prin utilizarea $\lambda_2 = 1$ (care corespunde celui mai scurt filtru de lungime L_2^2), în timp ce ceilalți doi factorii de uitare sunt stabiliți pe baza relațiilor $\lambda_{12} = 1 - 1/(KPL_{12}L_2)$ și $\lambda_{11} = 1 - 1/(KPL_{11}L_2)$, cu $K > 1$. În scenariul analizat în Fig. 7, algoritmul RLS-TOT utilizează diferite valori ale lui K . Semnalul de intrare este vocal, SNR = 20 dB, calea de ecou se modifică după 3,75 secunde, iar ambii algoritmi bazeți pe TOT folosesc aceeași valoare a parametrului de descompunere, care este setat la $P = 2$. În primul rând, putem observa compromisul dintre principalele criterii de performanță ale RLS-TOT (capacitate de urmărire versus dezașinier) atunci când se utilizează diferiți factori de uitare. Pe de altă parte, algoritmul KF-TOT are o capacitate de urmărire mult mai bună, atingând și un nivel de dezașinier mai scăzut. Precizia soluției furnizate de KF-TOT poate fi atinsă și în medii cu SNR mai scăzut, așa cum este susținut în Fig. 8(a) și (b), unde SNR = 10 dB și respectiv 0 dB. Celelalte condiții sunt aceleași ca în experimentul anterior, dar fără a schimba calea de ecou. După cum era de așteptat, creșterea valorilor factorilor de uitare ai RLS-TOT (creșterea valorilor lui K) conduce la niveluri mai mici de dezașinier. Pentru a atinge acuratețea KF-TOT, factorii de uitare ai RLS-TOT ar trebui să fie crescuți, dar prețul plătit va consta într-o capacitate redusă de urmărire în medii nestationare (așa cum s-a subliniat anterior în Fig. 7). În concluzie, ținând cont de performanțele sale generale, KF-TOT reprezintă o alegere mai fiabilă.

References

- [1] L. M. Dogariu, C. Paleologu, J. Benesty, and F. Albu, “Kalman filter using a third-order tensorial decomposition of the impulse response,” *Applied Sciences*, vol. 14, id. 4507, May 2024.
- [2] C. L. Stanciu, C. Anghel, I. D. Ficiu, C. Elisei-Iliescu, R. M. Udrea, and L. Stanciu, “On the regularization of recursive least-squares adaptive algorithms using line search methods,” *Electronics*, vol. 13, id. 1479, Apr. 2024.
- [3] R. Otopoleanu, L. M. Dogariu, C. L. Stanciu, C. Paleologu, J. Benesty, and S. Ciochină, “A data-reuse regularized recursive least-squares adaptive filtering algorithm,” in *Proc. IEEE International Symposium on Electronics and Telecommunications (ISETC)*, 2024, pp. 1–4, Nov. 2024.
- [4] C. L. Stanciu, C. Anghel, L. M. Dogariu, I. D. Ficiu, and L. Stanciu, “Regularized affine projection algorithm for stereophonic acoustic echo cancellation,” in *Proc. IEEE Conference Advanced Topics on Measurement and Simulation (ATOMS)*, Aug. 2024, pp. 323–326.
- [5] A. H. Sayed and T. Kailath, “A state-space approach to adaptive RLS filtering,” *IEEE Signal Processing Mag.*, vol. 11, pp. 18–60, July 1994.
- [6] E. Hänsler and G. Schmidt, *Acoustic Echo and Noise Control—A Practical Approach*. Hoboken: Wiley, 2004.
- [7] L.-M. Dogariu, J. Benesty, C. Paleologu, and S. Ciochină, “Identification of room acoustic impulse responses via Kronecker product decompositions,” *IEEE/ACM Trans. Audio, Speech, Language Processing*, vol. 30, pp. 2828–2841, Sept. 2022.
- [8] J. Benesty, C. Paleologu, and S. Ciochină, “Linear system identification based on a third-order tensor decomposition,” *IEEE Signal Processing Lett.*, vol. 30, pp. 503–507, May 2023.
- [9] P. S. R. Diniz, *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation*. Fourth Edition, New York: Springer-Verlag, 2013.
- [10] C. Paleologu, J. Benesty, and S. Ciochină, “Study of the general Kalman filter for echo cancellation,” *IEEE Trans. Audio, Speech, Language Processing*, vol. 21, pp. 1539–1549, Aug. 2013.
- [11] *Digital Network Echo Cancellers*, ITU-T Recommendation G.168, 2015.
- [12] L.-M. Dogariu, C. Paleologu, J. Benesty, and S. Ciochină, “An efficient Kalman filter for the identification of low-rank systems,” *Signal Processing*, vol. 166, id. 107239, Jan. 2020.

Membrii echipei proiectului,

Laura-Maria Dogariu

Ionuț-Dorinel Ficiu